

Mécanique des fluides

Statique des fluides idéaux

Pression statique

$$p = \frac{dF}{dA} \quad \frac{F_1}{A_1} = p = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ MPa} &= 10 \text{ bar} \\ 1 \text{ Pa} &= 1 \text{ N/m}^2 \\ 1 \text{ atm} &= 101325 \text{ Pa} \\ 1 \text{ psi} &\approx 6895 \text{ Pa} \\ 1 \text{ mmHg} &\approx 133 \text{ Pa} \\ \hookrightarrow \text{aussi: nommé Torr} \end{aligned}$$

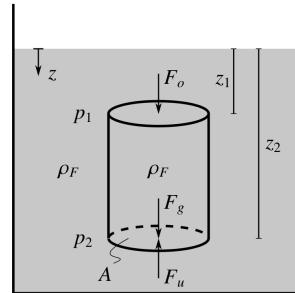
Pression hydrostatique

$$F_U = p_2 \cdot A$$

$$F_O = p_1 \cdot A$$

$$F_g = m \cdot g = \rho_f \cdot V \cdot g = \rho_f \cdot A \cdot \Delta z \cdot g$$

$$p_2 - p_1 = \rho_f \cdot g \cdot \Delta z$$



$$p(z) = \rho_f \cdot g \cdot z \quad \text{avec } z_1=0 \text{ et } p_1=0$$

Pression atmosphérique

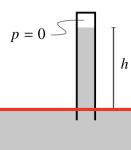
$$b(h) = b_0 (1 - C_1 h)^{C_2} \quad C_1 = 2,26 \cdot 10^{-5} \frac{1}{m} \quad C_2 = 5,255$$

$\hookrightarrow 101325 \text{ Pa}$

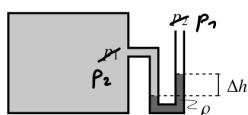
Mesure de la pression

Tube ascendant: $b = p \cdot g \cdot h$

(La pression est la même sur tout le niveau)



Tube en U: $p_2 - p_1 = \rho \cdot g \cdot \Delta h$



Pression relative

$p_{\text{abs}} \approx \text{pression absolue}$

Surpression: $p_{\bar{U}} = p_{\text{abs}} - b$

$p_{\text{abs}} > b$

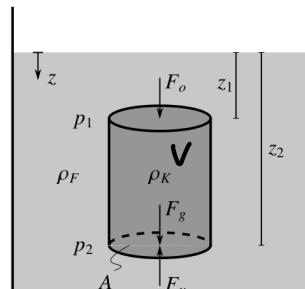
Dépression: $p_U = b - p_{\text{abs}}$

$p_{\text{abs}} < b$

Flottabilité

Force d'Archimède

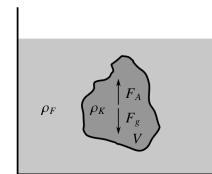
$$F_A = F_U - F_O = \rho_F \cdot g \cdot V$$



Le corps coule si: $p_F < p_K$

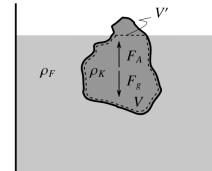
Le corps monte si: $p_F > p_K$

$$\Rightarrow F_A - F_g = m \cdot a$$



Le corps flotte:

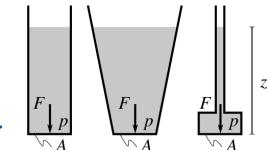
$$\rho_F \cdot g \cdot V' = \rho_K \cdot g \cdot V$$



Force des fluides

Pression au sol: $F = p \cdot A$

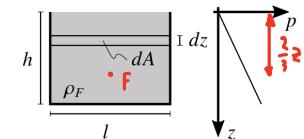
$p \rightarrow p_{\text{atm}} + p_{\text{hydrostatique}} + p_{\text{statique}}$



Force de pression latérale

Force d'un morceau de surface

$$(dF(z) = p(z) dA = \rho_f \cdot g \cdot z \cdot l \cdot dz)$$



Force sur la totalité d'une surface

$$F = \int_0^h dF(z) = \rho_f \cdot g \cdot \frac{1}{2} h^2 \cdot l \Rightarrow F = \rho_f \cdot g \cdot \frac{1}{2} z \cdot A$$

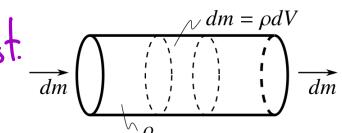
Point d'application de F $\rightarrow \frac{2}{3} \cdot z$

Dynamique des fluides idéaux

Débit massique: $\dot{m} = \text{const.}$

Débit volumique: $\dot{V} = \text{const}$

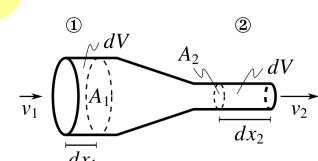
$$\dot{m} = \rho \cdot \dot{V}$$



Équation de continuité

$$\dot{V} = A \cdot v = \text{const}$$

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

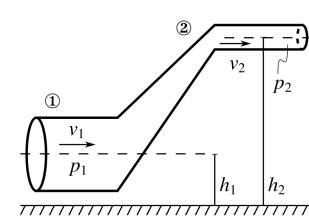


Équation de Bernoulli:

(conservation de l'énergie d'un fluide)

$$\rho g h + \frac{1}{2} \rho v^2 + p = \text{const.}$$

pression statique ou pression atm.
si: c'est une ouverture



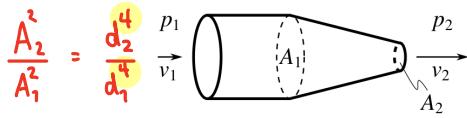
$$\rho_1 g h_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + p_1 = \rho_2 g h_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + p_2$$

Pompe et turbine

$$\text{puissance: } P = \rho \cdot \dot{V}$$

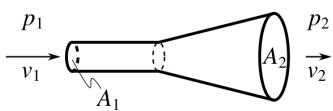
Buse (Düse)

$$V_2 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho \cdot \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right)}}$$



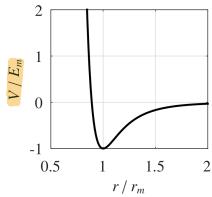
Diffuseur

$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 \left(1 - \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2\right)$$



Fluides réels

Potentiel de Lennard-Jones:
"Équilibres des forces d'attraction
et de répulsion"

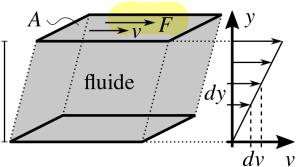


Viscosité

"Résistance au cisaillement d'un fluide"

Force pour déplacer une plaque:

$$\frac{F}{A} = \eta \frac{dv}{dy} \approx \eta \frac{v}{d} \quad \begin{matrix} \text{constante de} \\ \text{viscosité dynamique} \\ \text{en } [\text{Ns/m}^2] \end{matrix}$$



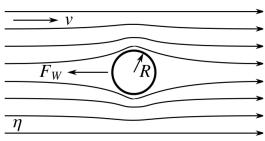
$$\text{Viscosité cinématique: } \nu = \frac{\eta}{\rho} \quad \begin{matrix} [\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}] \\ \text{masse vol. du fluide} \end{matrix}$$

Types d'écoulement

Viscosité est perceptible sous forme de résistance à l'écoulement
⇒ il y a une force de trainée F_w

Lamininaire

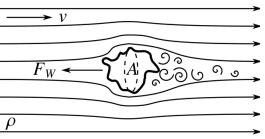
$$\text{Général: } F_w = \eta \cdot A \cdot \frac{dv}{dy} \quad \begin{matrix} \hookrightarrow \text{surface exposée} \\ \text{à l'écoulement} \end{matrix}$$



$$\text{Pour une sphère: } F_w = 6\pi\eta R \cdot v$$

Turbulent

$$F_w = C_w \cdot A \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \quad \begin{matrix} \text{surface exposée} \\ \text{pression dynamique} \end{matrix}$$



C_w coefficient de trainée "expérimental"

Nombre de Reynolds

⇒ Déterminer si: écoulement lamininaire ou turbul.

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta} \quad \begin{matrix} \downarrow d \\ \text{corps} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{"Rapport de la force d'inertie} \\ F_I = m \frac{dv}{dt} \text{ et force de trainée } F_w \end{matrix}$$

Re reste constant en changeant d'échelle

Résistance à l'écoulement tuyau

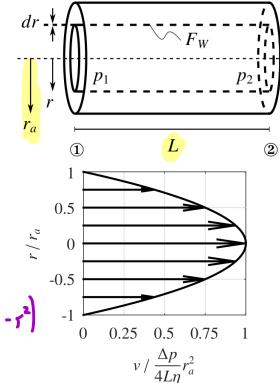
Écoulement laminaire dans un tuyau si: $Re < 2320$

$$d = \varnothing \text{ du tuyau!}$$

La résistance à l'écoulement crée une chute de pression Δp dans le tuyau.

Loi de Hagen-Poiseuille

$$\dot{V} = \frac{\Delta p \cdot \pi \cdot r_a^4}{8 \cdot L \cdot \eta} \quad \nabla(r) = \frac{\Delta p}{4 \cdot L \cdot \eta} (r_a^2 - r^2)$$



Compressibilité des fluides

$$\text{"Variante de la loi de Hooke"} \quad \rho = K \cdot \frac{\Delta V}{V}$$

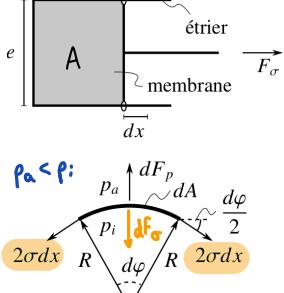
Tension superficielle

$$\sigma = \frac{F_\sigma}{2 \cdot e} \Rightarrow \text{propriétés du matériau}$$

$$dF_\sigma = 4\sigma \frac{dA}{R} = dF_p = \Delta p \cdot dA$$

Différence pression (liquide - air)

$$\Delta p = 4 \cdot \frac{\sigma}{R}$$



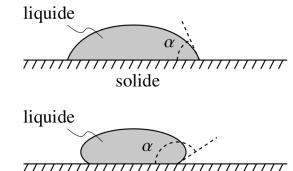
Mouillage

Fluide mouillant, $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

Les forces entre le fluide et la surface (forces d'adhésion) dominent les forces de Van der Waals (forces de cohésion) dans le fluide. Le liquide s'étale à plat sur la surface du corps solide.

Fluide non-mouillant, $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$

Les forces de cohésion dans le fluide dominent les forces adhésives entre le fluide et la surface. Le liquide se contracte sous la forme d'une goutte.

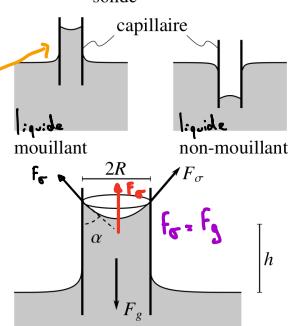


Capillarité

$$\text{Force de gravité du liquide: } f_g = \rho \cdot g \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h$$

$$\text{Force tension superficielle: } F_\sigma = \sigma \cdot 2\pi \cdot R \cdot \cos \alpha$$

$$h = 2 \cdot \frac{\sigma \cdot \cos \alpha}{\rho \cdot g \cdot R}$$



A.2 Viscosité dynamique η

Les valeurs sont indicatives et s'appliquent à Wikipédia

matériau (de)	matériau (fr)	$\eta / \text{Ns m}^{-2}$
Luft	air	$1.82 \cdot 10^{-5}$
Wasser	eau	$1.00 \cdot 10^{-3}$
Quecksilber	mercure	$1.55 \cdot 10^{-1}$
Schmieröl	lubrifiant	$1.00 \cdot 10^{-1}$

A Constantes de matériaux

A.1 Module d'élasticité K

Les valeurs sont indicatives et s'appliquent à des conditions normales Wikipédia

matériau (de)	matériau (fr)	K / Pa
Luft	air	$1.41 \cdot 10^5$
Wasser	eau	$2.08 \cdot 10^9$
Quecksilber	mercure	$2.85 \cdot 10^{10}$
Schmieröl	lubrifiant	$1.00 \cdot 10^9$

A.3 Tension superficielle σ

Les valeurs sont indicatives et s'appliquent à Wikipédia

matériau (de)	matériau (fr)	$\sigma / \text{N m}^{-1}$
Wasser	eau	$7.28 \cdot 10^{-2}$
Quecksilber	mercure	$4.76 \cdot 10^{-1}$

B Coefficient de trainée C_w

Toutes les valeurs sont indicatives. Source : Wikipédia

corps	$c_w / 1$
demi-sphère ouverte (parachute)	1.42
plaqué	1.1
sphère, écoulement turbulent	0.4
corps de moindre traînée	0.08
voiture	0.25
poids lourd	0.5
bicyclette avec personne	0.5
personne debout	0.78

Re < 2000 : Ecoulement laminaire autour du corps.

2000 ≤ Re ≤ 3000 : L'écoulement autour du corps est laminaire, mais l'écoulement peut basculer dans la turbulence.

Re > 3000 : Ecoulement turbulent autour du corps.