

Mécanique des fluides

Statique des fluides idéaux

Pression statique

$$p = \frac{dF}{dA} \quad \frac{F_1}{A_1} = p = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ MPa} &= 10 \text{ bar} \\ 1 \text{ Pa} &= 1 \text{ N/m}^2 \\ 1 \text{ atm} &= 101325 \text{ Pa} \\ 1 \text{ psi} &\approx 6895 \text{ Pa} \\ 1 \text{ mmHg} &\approx 133 \text{ Pa} \\ &\hookrightarrow \text{aussi nommé Torr} \end{aligned}$$

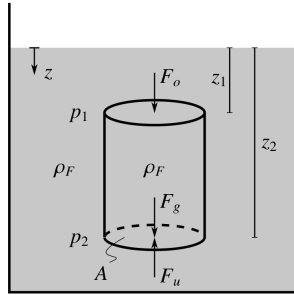
Pression hydrostatique

$$F_u = p_2 \cdot A$$

$$F_o = p_1 \cdot A$$

$$F_g = m \cdot g = \rho_f \cdot V \cdot g = \rho_f \cdot A \cdot \Delta z \cdot g$$

$$p_2 - p_1 = \rho_f \cdot g \cdot \Delta z$$



$$p(z) = \rho_f \cdot g \cdot z \quad \text{avec } z_1=0 \text{ et } p_1=0$$

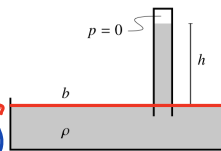
Pression atmosphérique

$$b(h) = b_0 (1 - C_1 h)^{C_2} \quad \begin{aligned} C_1 &= 2,26 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{m}} \\ C_2 &= 5,255 \end{aligned}$$

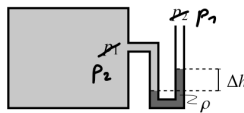
$\hookrightarrow 101325 \text{ Pa}$

Mesure de la pression

Tube ascendant: $b = \rho \cdot g \cdot h$
(La pression est la même sur tout le niveau)



Tube en U: $p_2 - p_1 = \rho \cdot g \cdot \Delta h$



Pression relative

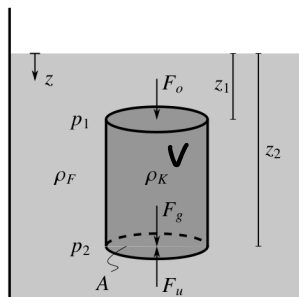
Surpression: $p_u = p_{abs} - b$ $p_{abs} > b$
Dépression: $p_v = b - p_{abs}$ $p_{abs} < b$

$p_{abs} \triangleq$ pression absolue

Flottabilité

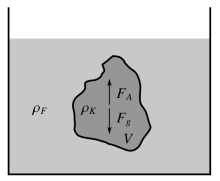
Force d'Archimède

$$F_A = F_u - F_o = \rho_f \cdot g \cdot V$$



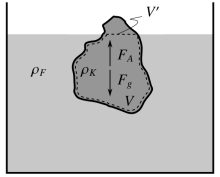
Le corps coule si: $\rho_F < \rho_K$

Le corps monte si: $\rho_F > \rho_K$
 $\Rightarrow F_A - F_g = m \cdot a$



Le corps flotte:

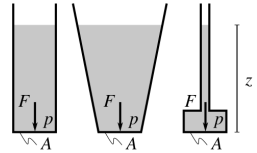
$$\rho_F \cdot g \cdot V' = \rho_K \cdot g \cdot V$$



Force des fluides

Pression au sol: $F = p \cdot A$

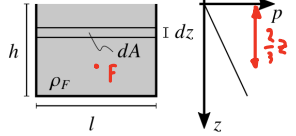
$$p \rightarrow p_{atm} + p_{hydrostatique} + p_{statique}$$



Force de pression latérale

Force d'un morceau de surface

$$(dF(z) = p(z) dA = \rho_f \cdot g \cdot z \cdot l \cdot dz)$$



Force sur la totalité d'une surface

$$F = \int_0^h dF(z) = \rho_f \cdot g \cdot \frac{1}{2} h^2 l \Rightarrow F = \rho_f \cdot g \cdot \frac{1}{2} z \cdot A$$

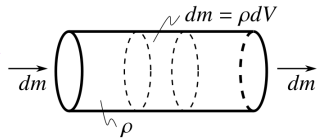
Pont d'application de F $\rightarrow \frac{2}{3} \cdot z$

Dynamique des fluides idéaux

Débit massique: $\dot{m} = \text{const.}$

Débit volumique: $\dot{V} = \text{const.}$

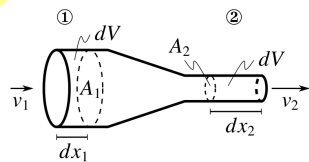
$$\dot{m} = \rho \cdot \dot{V}$$



Equation de continuité

$$\dot{V} = A \cdot v = \text{const.}$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$



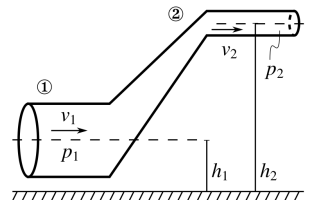
Equation de Bernoulli:

(conservation de l'énergie d'un fluide)

$$\rho g h + \frac{1}{2} \rho v^2 + p = \text{const.}$$

pression statique ou pression atm.
si: c'est une ouverture

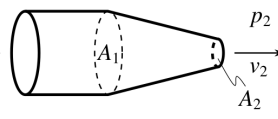
$$\rho_1 g h_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + p_1 = \rho_2 g h_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + p_2$$



Pompe et turbine

puissance: $P = p \cdot \dot{V}$

Buse (Düse)

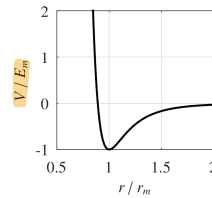
$$v_2 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho \cdot (1 - (\frac{A_2}{A_1})^2)}} \quad \frac{A_2^2}{A_1^2} = \frac{d_2^4}{d_1^4}$$


Diffuseur

$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 \left(1 - \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2\right)$$


Fluides réels

Potentiel de Lennard-Jones:
"Équilibres des forces d'attraction et de répulsion"



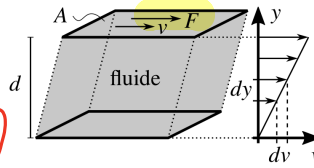
Viscosité

"Résistance au cisaillement d'un fluide"

Force pour déplacer une plaque:

$$\frac{F}{A} = \eta \frac{dv}{dy} \approx \eta \frac{v}{d}$$

constante de viscosité dynamique en $\left[\frac{Ns}{m^2}\right]$



Viscosité cinématique: $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ - masse vol. du fluide
[m²·s⁻¹]

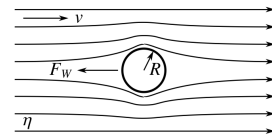
Types d'écoulement

Viscosité est perceptible sous forme de résistance à l'écoulement
⇒ il y a une force de frottement F_W

Laminaire

Général: $F_W = \eta \cdot A \cdot \frac{dv}{dy}$
↳ surface exposée à l'écoulement

Pour une sphère: $F_W = 6\pi \cdot \eta \cdot R \cdot v$

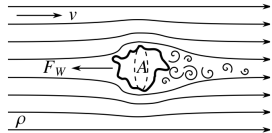


Turbulent

surface exposée pression dynamique

$$F_W = c_w \cdot A \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$$

↳ coefficient de traînée "expérimental"



Nombre de Reynolds

⇒ Déterminer si: écoulement laminaire ou turbu.

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta}$$

"Rapport de la force d'inertie $F_I = m \frac{dv}{dt}$ et force de traînée F_W "



Re reste constant en changeant d'échelle

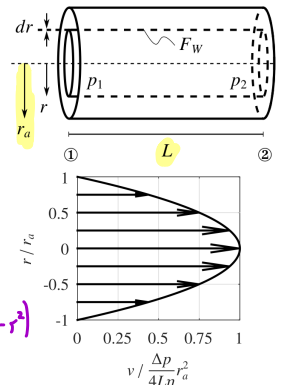
Résistance à l'écoulement tuyau

Écoulement laminaire dans un tuyau s: $Re < 2320$
 $d = \varnothing$ du tuyau!

La résistance à l'écoulement crée une chute de pression Δp dans le tuyau.

Loi de Hagen-Poiseuille

$$\dot{V} = \frac{\Delta p \cdot \pi}{8 \cdot L \cdot \eta} \cdot r_a^4 \quad v(r) = \frac{\Delta p}{4 \cdot L \cdot \eta} (r_a^2 - r^2)$$



Compressibilité des fluides

"variante de la loi de Hooke" $p = K \cdot \frac{\Delta V}{V}$
module d'élasticité

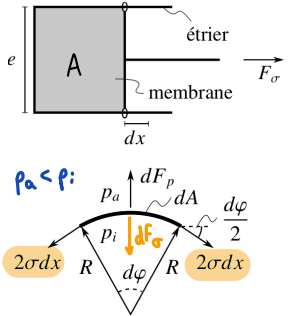
Tension superficielle

$$\sigma = \frac{F_\sigma}{2 \cdot e} \Rightarrow \text{propriété du matériau}$$

$$dF_\sigma = 4\sigma \frac{dA}{R} = dF_p = \Delta p \cdot dA$$

Différence pression (liquide - air)

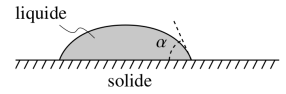
$$\Delta p = 4 \cdot \frac{\sigma}{R}$$



Mouillage

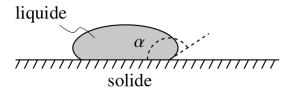
Fluide mouillant, $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

Les forces entre le fluide et la surface (forces d'adhésion) dominent les forces de Van der Waals (forces de cohésion) dans le fluide. Le liquide s'étale à plat sur la surface du corps solide.



Fluide non-mouillant, $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$

Les forces de cohésion dans le fluide dominent les forces adhésives entre le fluide et la surface. Le liquide se contracte sous la forme d'une goutte.

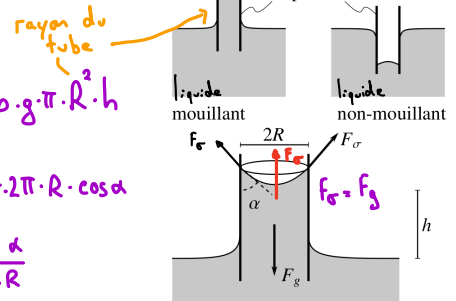


Capillarité

Force de gravité du liquide: $F_g = \rho \cdot g \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h$

Force tension superficielle: $F_\sigma = \sigma \cdot 2\pi \cdot R \cdot \cos \alpha$

$$h = 2 \cdot \frac{\sigma \cdot \cos \alpha}{\rho \cdot g \cdot R}$$



A.2 Viscosité dynamique η

Les valeurs sont indicatives et s'appliquent à Wikipédia

| matériau (de) | matériau (fr) | η / Ns m ⁻² |
|---------------|---------------|-----------------------------|
| Luft | air | $1.82 \cdot 10^{-5}$ |
| Wasser | eau | $1.00 \cdot 10^{-3}$ |
| Quecksilber | mercure | $1.55 \cdot 10^{-3}$ |
| Schmieröl | lubrifiant | $1.00 \cdot 10^{-1}$ |

A.3 Tension superficielle σ

Les valeurs sont indicatives et s'appliquent à Wikipédia

| matériau (de) | matériau (fr) | σ / N m ⁻¹ |
|---------------|---------------|------------------------------|
| Wasser | eau | $7.28 \cdot 10^{-2}$ |
| Quecksilber | mercure | $4.76 \cdot 10^{-1}$ |

$Re < 2000$: Écoulement laminaire autour du corps.

$2000 \leq Re \leq 3000$: L'écoulement autour du corps est laminaire, mais l'écoulement peut basculer dans la turbulence.

$Re > 3000$: Écoulement turbulent autour du corps.

A Constantes de matériaux

A.1 Module d'élasticité K

Les valeurs sont indicatives et s'appliquent à des conditions normales Wikipédia

| matériau (de) | matériau (fr) | K / Pa |
|---------------|---------------|----------------------|
| Luft | air | $1.41 \cdot 10^5$ |
| Wasser | eau | $2.08 \cdot 10^9$ |
| Quecksilber | mercure | $2.85 \cdot 10^{10}$ |
| Schmieröl | lubrifiant | $1.00 \cdot 10^9$ |

B Coefficient de traînée c_w

Toutes les valeurs sont indicatives. Source: Wikipédia

| corps | c_w / 1 |
|---------------------------------|-----------|
| demi-sphère ouverte (parachute) | 1.42 |
| plaque | 1.1 |
| sphère, écoulement turbulent | 0.4 |
| corps de moindre traînée | 0.08 |
| voiture | 0.25 |
| poids lourd | 0.5 |
| bicyclette avec personne | 0.5 |
| personne debout | 0.78 |